

Nghiên cứu phân tích ứng xử kết cấu dạng tấm vật liệu phân lớp chức năng với tấm dán áp điện bằng phân tích đẳng hình học

Nguyễn Mạnh Tiến, Nguyễn Bá Đạt, Nguyễn Duy Khương*, Vũ Công Hòa



Use your smartphone to scan this QR code and download this article

TÓM TẮT

Bài báo nghiên cứu này trình bày dùng phân tích đẳng hình học (Isogeometric analysis - IGA) để phân tích ứng xử của một số kết cấu dạng tấm làm bằng vật liệu phân lớp chức năng (Functionally graded material - FGM) với các tấm vật liệu áp điện (Piezoelectric). Nghiên cứu này khảo sát ảnh hưởng của phần tử áp điện lên kết cấu dạng tấm làm bằng vật liệu FGM dưới dạng mô hình khối. Do IGA được xây dựng dựa trên hàm xấp xỉ NURBS (Non-uniform rational basis spline) nên phương pháp này mô tả hình học chính xác cùng với việc xấp xỉ hàm bậc cao một cách hiệu quả. Tính hiệu quả của phương pháp đó là dùng ít bậc tự do của hàm xấp xỉ bậc cao giữa các phần tử vẫn đảm bảo tính chính xác của kết quả, điều này giúp giảm thời gian tính toán cũng như tiết kiệm bộ nhớ cần thiết để tính toán. Đồng thời, hình học NURBS cũng đã được chứng minh là hướng tiếp cận khả thi do sự linh hoạt trong việc xây dựng lưới như làm mịn và liên tục bậc cao giúp cho bài toán được xấp xỉ một cách chính xác. Dựa và những ưu điểm mà IGA có được cũng đã được chứng minh qua nhiều công bố trước đó, nhóm tác giả xây dựng mô hình ba chiều cho kết cấu dạng tấm gồm lớp trên và lớp dưới được dán tấm áp điện, lớp giữa được làm từ vật liệu FGM. Các kết quả được kiểm chứng và so sánh với phần mềm thương mại Comsol để chứng minh tính hiệu quả của phương pháp cho loại bài toán này.

Từ khoá: Phân tích đẳng hình học, vật liệu phân lớp chức năng, phần tử áp điện

GIỚI THIỆU

Phân tích đẳng hình học (Isogeometric Analysis – IGA) là sự kết hợp giữa thiết kế với hỗ trợ máy tính (Computer Aided Design-CAD) và phân tích phần tử hữu hạn (Finite Element Analysis-FEA) được đề xuất bởi Hughes¹. Phương pháp đẳng hình học (IGA) sử dụng hàm cơ sở Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) do đó phương pháp này có thể sử dụng trực tiếp dữ liệu từ CAD để mô tả chính xác hình học và cho lời giải sấp xỉ. Ngoài các lợi thế trên, Phân tích đẳng hình học (IGA) còn có thể tăng hay giảm bậc của lưới rất hiệu quả và kiểm soát độ liên tục của phần tử một cách linh hoạt.

Vật liệu phân lớp chức năng (Functionally Graded Materials - FGM) lần đầu tiên được tìm ra bởi một nhóm nhà khoa học người Nhật Bản năm 1984², vật liệu phân lớp chức năng được kết hợp từ kim loại và sứ nên cơ tính của vật liệu thay đổi liên tục giữa các lớp và ưu điểm của FGM thể hiện ở tính dẻo của kim loại và tính cách nhiệt cách điện của sứ. Sự kết hợp vật liệu phân lớp chức năng với vật liệu áp điện sẽ tạo ra vật liệu thông minh có thể ứng dụng vào các ngành công nghiệp như: sản xuất các cảm biến cho ô tô, các thiết bị giảm xóc chủ động...

Hiện tại đã có nhiều nhóm tác giả sử dụng các phương pháp số khác nhau để nghiên cứu về kết cấu làm bằng

vật liệu phân lớp chức năng có phần tử áp điện. Nhóm tác giả X.Q.He và cộng sự đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method-FEM) dựa trên lý thuyết tấm cổ điển (Classical Plate Theory - CPT) để phân tích điều khiển dao động chủ động cho mô hình tấm vật liệu phân lớp chức năng có phần tử áp điện đóng vai trò lần lượt lớp kích động (Actuator) và lớp cảm biến (Sensor)³, nhóm tác giả Sushanta Kundu, Harshal B. Nemaadnee nghiên cứu mô hình và mô phỏng năng lượng thu được của vật liệu điện áp⁴, tác giả Alibeigloo đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn để phân tích tĩnh cho mô hình tấm tròn làm bằng vật liệu phân lớp chức năng có phần tử áp điện⁵, nhóm tác giả K. Nguyen-Quang, H. Dang-Trung, V. Ho-Huu, H. Luong-Van, T. Nguyen-Thoi đã sử dụng phương pháp Cell-based Smoothed Discrete Shear Gap Method – CSDSG để phân tích điều khiển chủ động cho tấm vật liệu phân lớp chức năng có tích hợp lớp cảm biến và kích động⁶.

Bài báo này tập trung nghiên cứu phân tích ứng xử kết cấu dạng tấm vật liệu phân lớp chức năng với tấm dán áp điện bằng phân tích đẳng hình học. Bài báo này trình bày như sau: phần tiếp theo mô tả chi tiết hơn về vật liệu phân lớp chức năng và vật liệu áp điện cũng như phương pháp đẳng hình học, kết quả số thể hiện ở phần tiếp sau và cuối cùng là phần kết luận.

Trường Đại học Bách khoa,
ĐHQG-HCM, Việt Nam

Liên hệ

Nguyễn Duy Khương, Trường Đại học Bách khoa, ĐHQG-HCM, Việt Nam
Email: ndkhuong@hcmut.edu.vn

Lịch sử

- Ngày nhận: 29-3-2019
- Ngày chấp nhận: 30-7-2019
- Ngày đăng: 31-12-2019

DOI :10.32508/stdjet.v2iSI2.498



Bản quyền

© ĐHQG Tp.HCM. Đây là bài báo công bố mở được phát hành theo các điều khoản của the Creative Commons Attribution 4.0 International license.



Trích dẫn bài báo này: Tiến N M, Đạt N B, Khương N D, Hòa V C. **Nghiên cứu phân tích ứng xử kết cấu dạng tấm vật liệu phân lớp chức năng với tấm dán áp điện bằng phân tích đẳng hình học.** *Sci. Tech. Dev. J. - Eng. Tech.*; 2(S12):SI95-SI104.

CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Vật liệu phân lớp chức năng

Vật liệu lớp chức năng (FGM) là vật liệu composite có vi cấu trúc không đồng nhất mà thay đổi liên tục về cơ tính giữa các lớp vật liệu. Vật liệu FGM được kết hợp từ kim loại và sứ nên nó có ưu điểm là kết hợp được cả tính dẻo của kim loại và tính cách nhiệt cách điện của sứ. FGM được sử dụng trong các ngành công nghiệp hiện đại như: hàng không vũ trụ, công nghệ hạt nhân, truyền thông, năng lượng, cơ khí...

Hàm thuộc tính vật liệu được biểu diễn như sau:

$$P(z) = (P_m - P_c) \times V_f(z) + P_c \quad (1)$$

Trong đó: P_c , P_m là thuộc tính vật liệu của sứ và kim loại lần lượt ở mặt dưới là sứ và mặt trên là kim loại. Với $V_f(z)$ là hàm vị trí theo bề dày tấm.

$$V_f(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^n \quad (2)$$

Trong đó: z là bề dày lớp vật liệu được thể hiện như Hình 1; h là chiều dày tấm; n là số mũ của hàm $V_f(z)$.

Ma trận đàn hồi của tấm FGM dựa trên mối quan hệ giữ ứng suất và biến dạng được biểu diễn như sau:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & & & & & \\ C_{12} & C_{22} & & & & \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & & & \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Sym} \quad (3)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} C_{11} = C_{22} = C_{33} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ C_{12} = C_{13} = C_{23} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ C_{44} = C_{55} = C_{66} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (4)$$

Với $E = E(z)$ là mô-đun đàn hồi của vật liệu và ν là hệ số Poisson của vật liệu.

Vật liệu áp điện

Vật liệu áp điện là vật liệu có khả năng biến đổi từ năng lượng cơ học sang năng lượng điện và ngược lại. Điều này được thể hiện khi tác dụng lực lên vật liệu áp điện sẽ sinh ra dòng điện và ngược lại khi tác động một hiệu điện thế lên vật liệu áp điện sẽ làm cho vật liệu bị biến dạng. Vật liệu áp điện được ứng dụng nhiều trong các lĩnh vực như: cơ khí, y tế, công nghiệp ô tô, công nghệ hàng không...

Phương trình mô tả chuyển động của vật liệu áp điện được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} + f_{bi} - C_s \dot{u}_i &= \rho \ddot{u}_i \\ D_{i,i} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Trong đó $\sigma_{ij,j}$, f_{bi} , C_s , ρ , $D_{i,i}$ lần lượt là thành phần của tensor ứng suất, ngoại lực, hệ số giảm chấn Rayleigh, khối lượng riêng, những thành phần thay đổi của vectơ dịch chuyển điện theo các hướng.

Phương trình liên tục của vật liệu áp điện được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \epsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \\ D_k &= e_{ijk} \epsilon_{ij} + \epsilon_{kj}^S E_1 \end{aligned} \quad (6)$$

Trong đó ϵ_{ij} , C_{ijkl} , e_{ijk} , ϵ_{kj}^S lần lượt thành phần của tensor biến dạng, hằng số đàn hồi, hằng số ứng suất áp điện, hệ số điện môi, e_{ij} , C_{ijkl} , e_{ijk} , ϵ_{kj}^S Phương trình biến dạng và trường điện từ được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \\ E_i &= -\phi_{j,i} \end{aligned} \quad (7)$$

Điều kiện biên chuyển vị trên miền Γ_u và Γ_p

$$\begin{aligned} u_i &= \bar{u}_i \text{ on } \Gamma_u \\ \sigma_{ij} n_j &= f_{si} \text{ on } \Gamma_p \end{aligned} \quad (8)$$

Điều kiện biên chuyển vị trên miền Γ_ϕ và Γ_q

$$\begin{aligned} \phi_i &= \bar{\phi}_i \text{ on } \Gamma_\phi \\ D_i n_i &= -q \text{ on } \Gamma_q \end{aligned} \quad (9)$$

Trường chuyển vị và trường điện trong phân tích đẳng hình học được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^n R_i \mathbf{u}_i \\ \phi &= \sum_{i=1}^n R_i \phi_i \end{aligned} \quad (10)$$

Trong đó R_i là hàm dạng NURBS.

Phương pháp đẳng hình học

Các công thức trong phần này được tham khảo từ tài liệu [7].

Knot véctor

Vectơ knot là một tập số thực không giảm trong không gian tham số được viết $kn = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$, trong đó $\xi_i \in \square$ là knot thứ i , $i = 1, 2, \dots, n+p+1$ là chỉ số của vectơ knot, p là bậc của B-Spline, n là số hàm cơ sở sử dụng để xây dựng B-Spline. Hàm cơ sở B-Spline liên tục C^∞ trong khoảng knot $[\xi_i, \xi_{i+1})$ và liên tục C^{p-1} trong knot riêng biệt. Một giá trị knot có thể xuất hiện nhiều hơn một lần và số lần giá trị knot xuất hiện trong knot vector được gọi là bội của knot đó. Cụ thể tại một knot có bội là k thì độ liên tục C^{p-k} .

Hàm cơ sở

Hàm cơ sở B-spline $N_{i,p}(\xi)$ được định nghĩa công thức đệ quy Cox-de Boor được biểu diễn như sau:

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_i \leq \xi \leq \xi_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i,p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i,p+1} - \xi}{\xi_{i,p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (12)$$

Đường cong B-Spline và NURBS

Đường cong B-Spline và NURBS bậc p lần lượt được biểu diễn như sau:

$$C_B(\xi) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) B_i \quad (13)$$

$$C_N(\xi) = \sum_{i=1}^n R_i^p(\xi) B_i \quad (14)$$

Trong đó

$N_{i,p}$ là hàm cơ sở B-Spline với $i = 1, 2, \dots, n$.

B_i là các điểm điều khiển.

R_i^p là hàm cơ sở NURBS và R_i^p được biểu diễn như sau:

$$R_i^p(\xi) = \frac{N_{i,p}(\xi) w_i}{\sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) w_i} \quad (15)$$

Khối B-Spline và Khối NURBS

Khối B-Spline và NURBS lần lượt được biểu diễn như sau:

$$S_B(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) L_{k,r}(\zeta) B_{i,j,k}$$

$$S_N(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l R_{i,j,k}^{p,q,r}(\xi, \eta, \zeta) B_{i,j,k} \quad (17)$$

Trong đó:

$N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) L_{k,r}(\zeta)$ là hàm cơ sở B-Spline.

$B_{i,j,k}$ là tọa độ các điểm điều khiển.

$R_{i,j,k}^{p,q,r}$ là hàm cơ sở NURBS và $R_{i,j,k}^{p,q,r}$ được biểu diễn như sau:

$$R_{i,j,k}^{p,q,r}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) L_{k,r}(\zeta) w_{i,j,k}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l N_{i,p}(\xi) M_{j,q}(\eta) L_{k,r}(\zeta) w_{i,j,k}} \quad (18)$$

Dạng yếu của bài toán

Dạng yếu của phương trình (5) được biểu diễn trên miền Ω được trình bày như sau

$$\int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} (\sigma_{ij,j} + f_{bi} + C_s \dot{u}_i - \rho \ddot{u}_i) \delta u_i d\Omega dt = 0$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \int_{\Omega} (D_{i,i}) \delta \phi d\Omega dt = 0 \quad (19)$$

Trong đó t là miền thời gian được tính từ thời điểm t_0 đến thời điểm t_1 .

Từ phương trình dạng yếu theo công thức (19), hệ phương trình tuyến tính được biến đổi như sau:

$$[M_{uu}] \{\ddot{u}\} + [C_s] \{\dot{u}\} + [K_{uu}] \{u\} + [K_{u\phi}] \{\phi\} = \{F_m\}$$

$$[K_{\phi u}] \{u\} - [K_{\phi\phi}] \{\phi\} = -\{F_q\} \quad (20)$$

Trong trường hợp bài toán tĩnh, hệ phương trình tuyến tính (20) được rút gọn thành

$$[K_{uu}] \{u\} + [K_{u\phi}] \{\phi\} = \{F_m\}$$

$$[K_{\phi u}] \{u\} - [K_{\phi\phi}] \{\phi\} = -\{F_q\} \quad (21)$$

Trong đó, các ma trận độ cứng là

$$[K_{uu}] = \int_{\Omega} [B_u]^T [C] [B_u] d\Omega$$

$$[K_{u\phi}] = \int_{\Omega} [B_u]^T [e]^T [B_{\phi}] d\Omega$$

$$[K_{\phi u}] = \int_{\Omega} [B_{\phi}]^T [e] [B_u] d\Omega$$

$$[K_{\phi\phi}] = \int_{\Omega} [B_{\phi}]^T [e^S] [B_{\phi}] d\Omega \quad (22)$$

Véc-tơ tải được biểu diễn như sau

$$\{F_m\} = \int_V [N]^T \{f_b\} dV + \int_{\Gamma_p} [N]^T \{f_s\} d\Gamma$$

$$\{F_q\} = \int_{\Gamma_s} [N]^T \{q\} d\Gamma \quad (23)$$

Các ma trận hàm dạng và ma trận đạo hàm hàm dạng được biểu diễn như sau:

$$[N] = \begin{bmatrix} [N_1] & [N_2] & \dots & [N_I] \end{bmatrix}$$

$$[B_u] = \begin{bmatrix} [B_{u1}] & [B_{u2}] & \dots & [B_{ui}] \end{bmatrix}$$

$$[B_{\phi}] = \begin{bmatrix} [B_{\phi 1}] & [B_{\phi 2}] & \dots & [B_{\phi i}] \end{bmatrix} \quad (24)$$

Với

$$[N_i] = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix},$$

$$[B_{ui}] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x_1} & 0 & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_2} & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_3} \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_2} & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_1} & \frac{\delta N_i}{\delta x_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_3} & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_2} & \frac{\delta N_i}{\delta x_3} \end{bmatrix},$$

$$[B_{\phi i}] = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta N_i}{\delta x_3} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

trong đó i là chỉ số điểm điều khiển của phần tử.

Ma trận vật liệu áp điện và ma trận hằng số điện môi lần lượt được biểu diễn như sau:

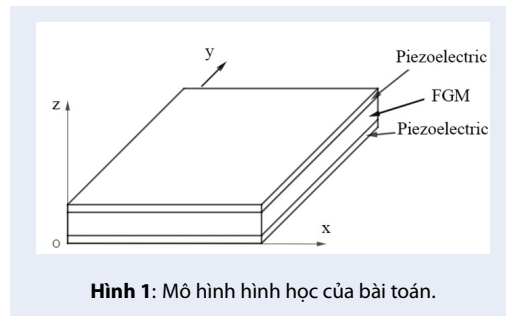
$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{25} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[e^S] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \quad (25)$$

KẾT QUẢ SỐ

Phân tích ứng xử tấm vuông FGM

Mô hình bài toán tấm vuông FGM dán tấm áp điện có kích thước $0,4 \times 0,4$ m. Bề dày lớp FGM Ti-6Al-4V/ Al_2O_3 là $0,005$ m và bề dày lớp áp điện PZT-4 là $0,0001$ m. Tấm áp điện trên được áp điện phân cực thuận và tấm áp điện dưới được áp điện phân cực ngược với điện áp 40 V. FGM có quy luật phân bố vật liệu theo phương bề dày z (1) với số mũ n lần lượt 0 (Ti-6Al-4V); $0,5$; 1 ; 5 ; ∞ (Al_2O_3) và thông số vật liệu được biểu diễn ở Bảng 1. Điều kiện biên khảo sát trong bài toán bao gồm: CFFF, SCSC, SSSS, CFCF (trong đó C-Clamp: ngàm, F-Free: tự do, S-Simply: tựa đơn) và chịu tải phân bố đều 100 N/m². Kết quả tại $n = 1$ ứng với các điều kiện biên CFFF, SCSC, SSSS, CFCF được so sánh với lời giải phần mềm thương mại COMSOL sử dụng mô hình lưới có số bậc tự do 296940. Mô hình hình học được thể hiện ở Hình 1.



Hình 1: Mô hình hình học của bài toán.

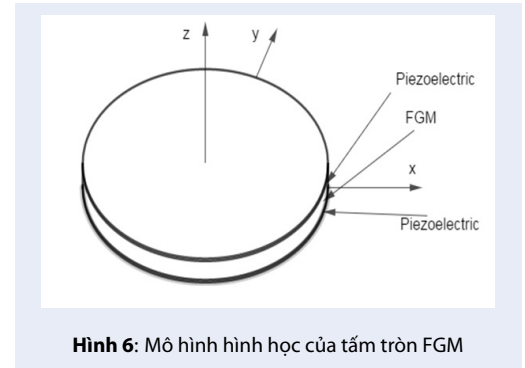
Kết quả chuyển vị theo phương z của tấm vuông FGM ở các điều kiện biên CFFF, SCSC, SSSS, CFCF tại $n = 1$ khi sử dụng phân tích đẳng hình học có mô hình lưới $12 \times 12 \times 1$ phần tử được biểu diễn trong Hình 3 và đồ thị kết quả ứng với số mũ n lần lượt 0 (Ti-6Al-4V); $0,5$; 1 ; 5 ; ∞ (Al_2O_3) được biểu diễn ở Hình 4.

Chúng tôi tiếp tục tiến hành khảo sát chuyển vị theo phương z tại điểm điểm $(0,4; 0,2; 0,0026)$ cho điều kiện biên CFFF, tại điểm điểm $(0,2; 0,2; 0,0026)$ cho điều kiện SCSC, SSSS và tại điểm $(0,2; 0; 0,0026)$ cho điều kiện biên CFCF trong trường hợp điện áp thay đổi từ 0 đến 60 V mà không có sự tác động của tải phân bố đều. Bảng 2 mô tả giá trị chuyển vị theo phương z ở điện áp 10 V và sai số giữa phân tích đẳng hình học so với phần mềm COMSOL ứng với các điều kiện biên CFFF, SCSC, SSSS, CFCF tại $n = 1$. Hình 5 a mô tả kết quả chuyển vị theo phương z tại $n = 0$ (Ti-6Al-4V); $0,5$; 1 ; 5 ; ∞ (Al_2O_3) của điểm $(0,4; 0,2; 0,0026)$ ứng với điều kiện biên CFFF, điểm $(0,2; 0,2; 0,0026)$ ứng với điều kiện biên SCSC, SSSS và điểm $(0,2; 0; 0,0026)$ ứng với điều kiện biên CFCF được biểu diễn lần lượt ở hình Hình 5 b,c,d. Qua những kết quả trên chúng minh

được tính chính xác của phân tích đẳng hình học so với phần mềm COMSOL dùng phương pháp phần tử hữu hạn.

Phân tích ứng xử tấm tròn FGM

Mô hình bài toán tấm tròn FGM dán tấm áp điện có bán kính $R = 0,5$ m. Bề dày lớp FGM Ti/ZrO₂-1 là $0,005$ m và bề dày lớp áp điện PZT-4 là $0,0001$ m. Tấm áp điện trên được áp điện phân cực thuận và tấm áp điện dưới được áp điện phân cực ngược với điện áp 40 V. FGM có quy luật phân bố vật liệu theo phương bề dày z (1) với số mũ n lần lượt 0 (Ti); $0,5$; 1 ; 5 ; ∞ (ZrO₂-1). Điều kiện biên bài toán: ngàm viền xung quanh tấm tròn và chịu tải phân bố đều 100 N/m². Các kết quả thu được ở $n = 1$ sẽ được so sánh với kết quả của phần mềm thương mại COMSOL sử dụng mô hình lưới có số bậc tự do 340060. Mô hình hình học được thể hiện ở Hình 6.



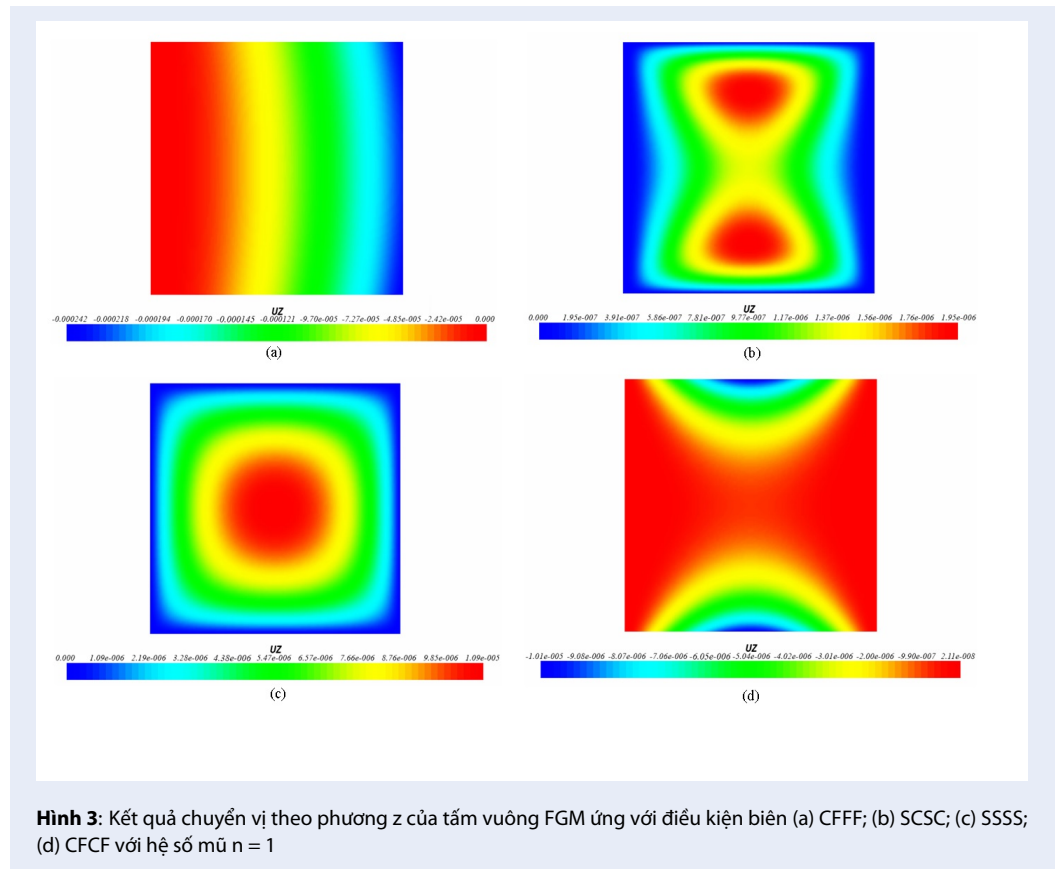
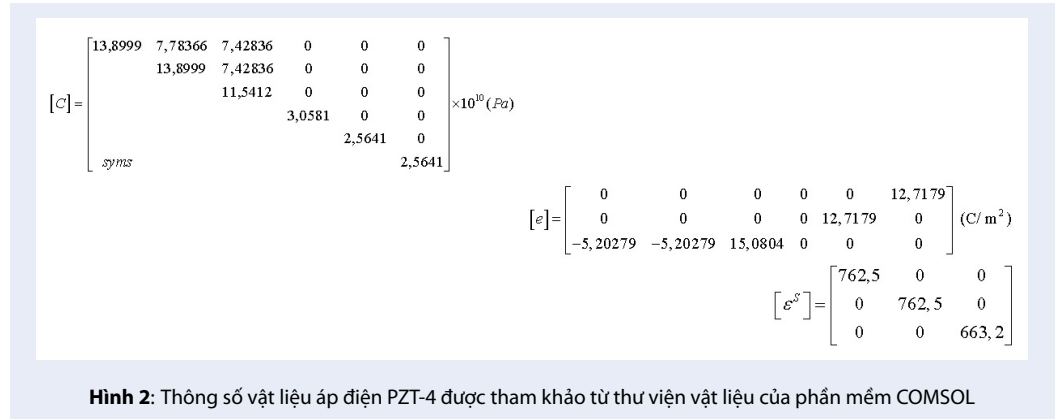
Hình 6: Mô hình hình học của tấm tròn FGM

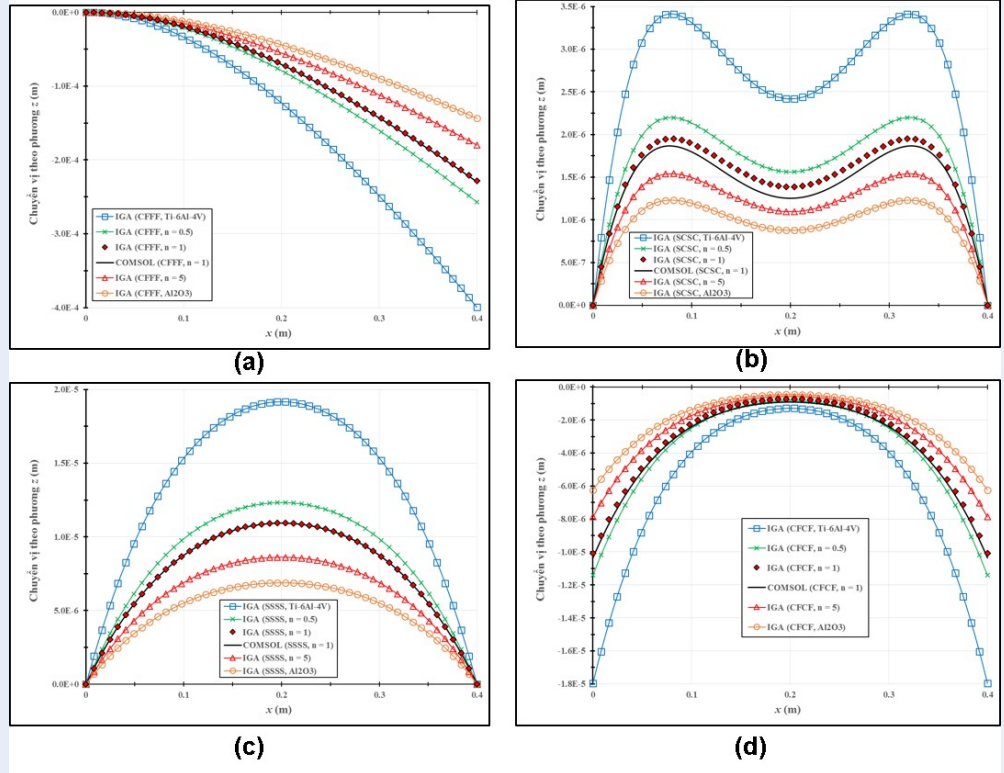
Để chọn được mức lưới phù hợp cho bài toán tấm tròn FGM, chúng tôi tiến hành khảo sát giá trị chuyển vị theo phương z tại điểm có tọa độ $x = 0,25$ m, $y = 0,25$ m và $z = 0,0035$ m ở các mức lưới như nhau và có bậc lưới lần lượt là bậc 2, bậc 3 và bậc 4 tại $n = 1$. Hình 7 mô tả tốc độ hội tụ của lưới IGA bậc 2, bậc 3, bậc 4 so với kết quả chuyển vị theo phương z của phần mềm COMSOL có giá trị $U_z = -4,3720 \times 10^{-5}$ m. Bảng 3 mô tả kết quả của chuyển vị theo phương z (U_z) và sai số (%) tại các vị trí khảo sát ứng với nhiều mô hình lưới khác nhau. Qua kết quả này có thể chỉ ra rằng, lưới bậc 4 cho tốc độ hội tụ tốt nhất vì với cùng một mức lưới thì lời giải dùng lưới bậc 4 sẽ tốt hơn so với bậc 2 và 3. Tuy nhiên khi phân tích kết quả ta thấy rằng sai số giữa mô hình lưới bậc 3 so với COMSOL nhỏ. Do đó để tiết kiệm thời gian tính toán mô hình lưới bậc 3 $12 \times 12 \times 1$ được sử dụng trong phân tích các kết quả của bài toán tấm tròn FGM ở các phần sau mà vẫn cho được lời giải xấp xỉ tốt.

Kết quả chuyển vị theo phương z tại $n = 1$ của tấm tròn FGM khi sử dụng phân tích đẳng hình học được biểu

Bảng 1: Thông Số Vật Liệu FGM Của Bài Toán

Thông số Vật liệu	Ti-6AL-4V	Al ₂ O ₃	Ti	ZrO ₂ -1
E (Gpa)	105,7	320,24	110,25	278,41
ν	0,2981	0,26	0,288	0,288





Hình 4: Đồ thị chuyển vị theo phương z của tấm vuông FGM tại $n = 0; 0,5; 1; 5; \infty$ ứng với các điều kiện biên của tấm (a) CFFF; (b) SCSC; (c) SSSS; (d) CFCF

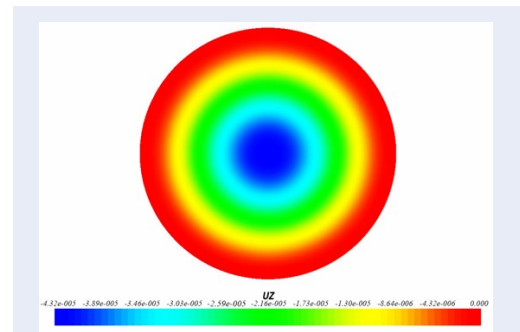
Bảng 2: Giá Trị Chuyển Vị Theo Phương z Và Sai Số Ở Điện Áp 10V Tại $n = 1$ (Đv: 1×10^{-7} m)

Điều kiện biên	CFFF	SCSC	CFCF	CFCF
COMSOL	220,30	8,40	38,51	17,96
IGA	218,31	8,71	38,55	17,35
Sai số (%)	0,90	3,68	0,09	3,38

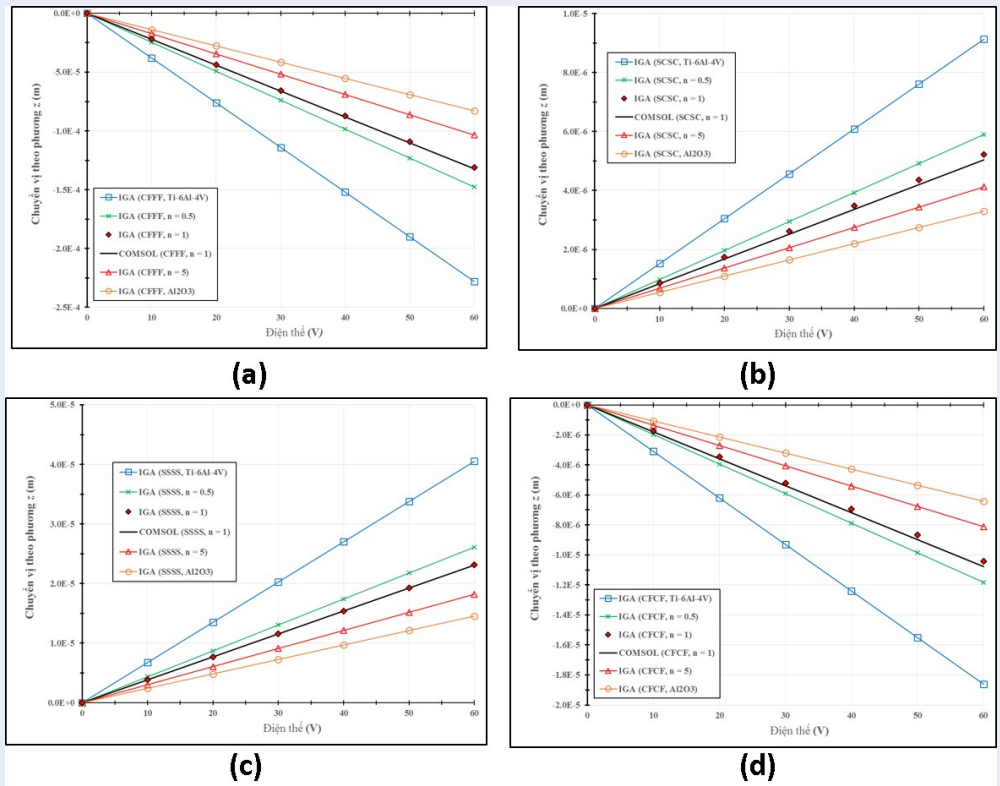
diễn trong Hình 8 và kết quả chuyển vị theo phương z của tấm tròn ứng với giá trị của lũy thừa n thay đổi lần lượt 0 (Ti); 0,5; 1; 5; ∞ (ZrO₂-1) được biểu diễn ở Hình 9.

KẾT LUẬN

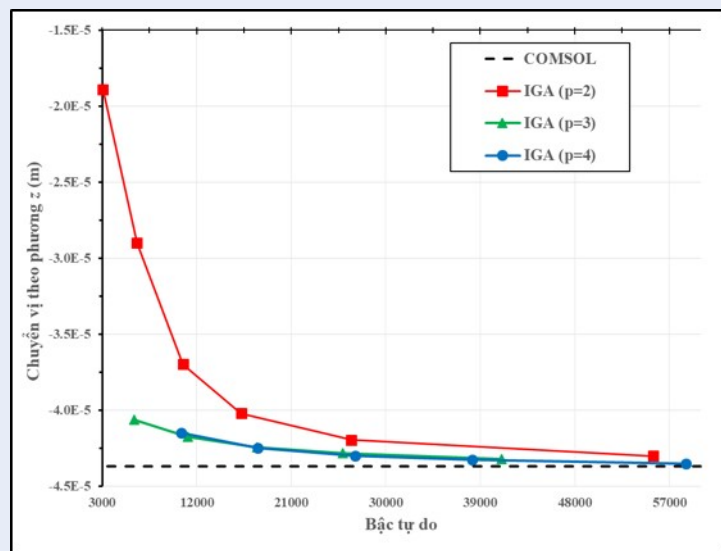
Phân tích đẳng hình học dựa vào hàm cơ sở NURBS là công cụ tính toán hiệu quả cho việc phân tích tĩnh cho mô hình vật liệu phân lớp chức năng (FGM) có phần tử áp điện (Piezoelectric). Qua phân tích bài toán tấm vuông và tấm tròn FGM, ta thấy rằng khi sử dụng phân tích đẳng hình học ứng với hàm xấp xỉ bậc cao sẽ giúp cho số bậc tự do cần thiết sử dụng thấp mà vẫn có được lời giải hội tụ so với phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng trong phần mềm thương mại COM-SOL, điều này giúp giảm đáng kể khối lượng và chi



Hình 8: Kết quả chuyển vị theo phương z của tấm tròn FGM tại $n = 1$



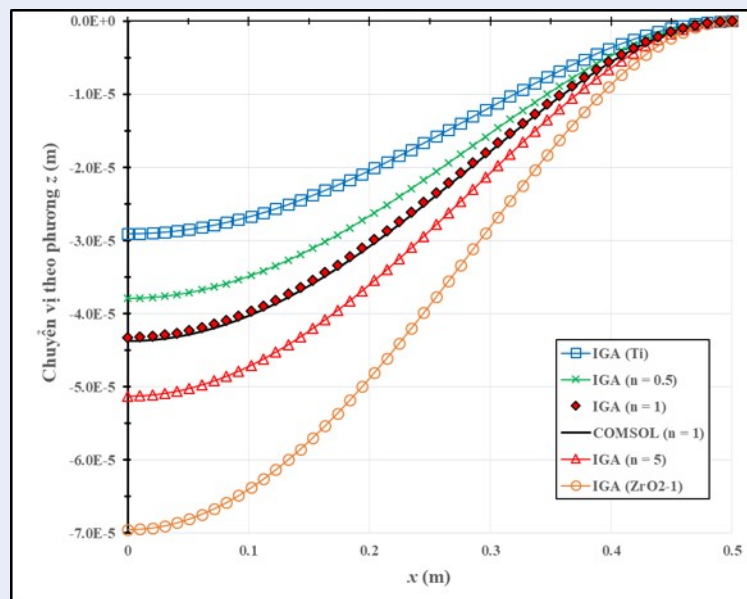
Hình 5: Kết quả chuyển vị theo phương z ứng với điều kiện biên (a) CFFF tại điểm (0,4;0,2; 0,0026); (b) SCSC tại điểm (0,2; 0,2; 0,0026); (c) SSSS tại điểm (0,2; 0,2; 0,0026); (d) CFCF tại điểm (0,2; 0; 0,0026)



Hình 7: Tốc độ hội tụ chuyển vị theo phương z của bài toán tấm tròn FGM ứng với các mô hình lưới khác nhau.

Bảng 3: Kết quả chuyển vị theo phương z tương ứng với từng mức lưới tại điểm (0,25; 0,25; 0,0035)

Phương pháp	Mật độ lưới	Bậc tự do	Uz (x10 ⁻⁵ m)	Sai số (%)
Bậc 2 - IGA	3x3x1	3060	-18,906	567,570
	5x5x1	6300	-29,008	336,510
	7x7x1	10692	-36,986	154,036
	9x9x1	16236	-40,209	80,308
	12x12x1	26712	-41,964	40,170
	18x18x1	55440	-43,020	16,022
Bậc 3 - IGA	3x3x1	6048	-40,639	70,409
	5x5x1	11136	-41,774	44,511
	7x7x1	17760	-42,442	29,235
	9x9x1	25920	-42,850	19,910
	12x12x1	41040	-423,214	16,022
Bậc 4 - IGA	3x3x1	10500	-41,503	50,701
	5x5x1	17820	-42,509	27,707
	7x7x1	27060	-43,003	16,411
	9x9x1	38220	-43,289	0,9857
	12x12x1	58560	-43,542	0,4036



Hình 9: Đồ thị so sánh chuyển vị theo phương z của tấm tròn FGM tại $n = 0; 0,5; 1; 5; \infty$.

phí tính toán.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu được tài trợ bởi Trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM trong khuôn khổ Đề tài mã số T-KHUD-2018-20

DANH MỤC TỪ VIẾT TẮT

IGA: Phân tích đẳng hình học – Isogeometric analysis
FGM: Vật liệu phân lớp chức năng - Functionally graded material

NURBS: Hàm cơ sở Spline tỉ lệ không đồng nhất - Non-uniform rational basis spline

CAD: thiết kế với hỗ trợ máy tính - Computer Aided Design

FEA: phân tích phần tử hữu hạn - Finite Element Analysis

FEM: phương pháp phần tử hữu hạn - Finite Element Method

CPT: Lý thuyết tấm cổ điển - Classical Plate Theory

CSDSG: phương pháp hàm trơn rời rạc dựa trên ô - Cell-based Smoothed Discrete Shear Gap

CFFF: ngàm 1 cạnh và 3 cạnh tự do

SCSC: ngàm 2 cạnh và 2 cạnh tựa đơn

SSSS: tựa đơn trên 4 cạnh

CFCF: ngàm 2 cạnh và 2 cạnh tự do

XUNG ĐỘT LỢI ÍCH

Nhóm tác giả xin cam đoan rằng không có bất kỳ xung đột lợi ích nào trong công bố bài báo.

ĐÓNG GÓP CỦA TÁC GIẢ

Nguyễn Mạnh Tiến viết bản thảo và phân tích kết quả.
Nguyễn Bá Đạt xây dựng dữ liệu và chạy kết quả tính toán.

Nguyễn Duy Khương đóng góp ý tưởng khoa học cho bài báo.

Vũ Công Hòa kiểm tra lại bài báo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hughes. Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2005;194(39 - 41):4135–4195. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.10.008>.
2. Koizumi M. FGM activities in Japan. *Composites part B: Engineering*. 1997;28(1-2). Available from: [https://doi.org/10.1016/S1359-8368\(96\)00016-9](https://doi.org/10.1016/S1359-8368(96)00016-9).
3. He XQ, Ng TY, Sivashanker S, Liew KM. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators. *International Journal of Solids and Structures*. 2001;38(9):1641–1655. Available from: [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(00\)00050-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00050-0).
4. Kundu S, Nemaadngee HB. Modeling and simulation of a piezoelectric vibration energy harvester. *Procedia Engineering*. 2016;144:568–575. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.05.043>.
5. Alibeigloo. Static analysis of a functionally graded cylindrical shell with piezoelectric layers as sensor and actuator. *Smart Materials and Structures*. 2009;18(6):12. Available from: <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/6/065004>.
6. Nguyen-Quang K, Dang-Trung H, Ho-Huu V, Luong-Van H, Nguyen-Thoi T. Analysis and control of FGM plates integrated with piezoelectric sensors and actuators using cell-based smoothed discrete shear gap method (CS-DSG3). *Composite Structures*. 2017;165:115–129. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.01.006>.
7. Cottrell JA, Hughes TJR, Bazilevs Y. *Isogeometric Analysis Toward Integration of CAD and FEA*. 2009; Available from: <https://doi.org/10.1002/9780470749081>.

Analyse the behavior of the functionally graded material plate structures with piezoelectric patches by using isogeometric analysis

Nguyen Manh Tien, Nguyen Ba Dat, Nguyen Duy Khuong*, Vu Cong Hoa



Use your smartphone to scan this QR code and download this article

ABSTRACT

This article presents the use of isogeometric analysis (IGA) to analyse the behaviour of the functionally graded material (FGM) plate structures with piezoelectric patches. This study investigates the effect of piezoelectric patches on the plate structure made of FGM material as a solid model. Because IGA is based on the NURBS (Non-uniform rational basis spline) approximation, this method describes the exact geometry with the higher-order functions approach. The effectiveness of the present method is to use the few degrees of freedom combining a high-order approximation function between elements to ensure the accuracy of the result, which reduces the computational time and saves the required memory. In addition, NURBS geometry has also been shown to be a viable approach due to the flexibility in mesh construction such as refinement and high-order continuity that warranty correctly the results of the problem. Based on the advantages that IGA has been proved by many previous studies, we built a three-dimensional model for plate structure consisting of upper and lower layers with piezoelectric patches, middle layer with FGM material. The results are verified and compared to the commercial Comsol software to prove the effectiveness of the method for this problem.

Key words: Isogeometric analysis, functionally graded material, piezoelectric

Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Vietnam

Correspondence

Nguyen Duy Khuong, Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Vietnam

Email: ndkhuong@hcmut.edu.vn

History

- Received: 29-3-2019
- Accepted: 30-7-2019
- Published: 31-12-2019

DOI : 10.32508/stdjet.v2iSI2.498



Copyright

© VNU-HCM Press. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license.



Cite this article : Tien N M, Dat N B, Khuong N D, Hoa V C. **Analyse the behavior of the functionally graded material plate structures with piezoelectric patches by using isogeometric analysis.** *Sci. Tech. Dev. J. – Engineering and Technology*; 2(SI2):SI95-SI104.