Tạp chí Phát triển Khoa học và Công nghệ – Kĩ thuật và Công nghệ, 2(4):246-250

Open Access Full Text Article

Bài nghiên cứu

Tính nửa liên tục trên của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty

Phan Thanh Kiều[1], Lê Xuân Đại[2,*], Nguyễn Văn Hưng[1]

TÓM TẮT

Trong bài báo này, đầu tiên chúng tôi nghiên cứu một lớp bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty trong không gian vectơ tôpô Hausdorff lồi địa phương, bài toán này chứa rất nhiều bài toán như là các trường hợp đặc biệt, cụ thể là: bài toán điểm bất động, bài toán điểm trùng, bài toán bù, bài toán tối ưu, bài toán mạng giao thông, bài toán bất đẳng thức biến phân vô hướng và bài toán cân bằng kinh tế. Sau đó, chúng tôi thiết lập các điều kiện đủ cho tính chất ổn định như: tính nửa liên tục trên, tính đóng, tính liên tục ngoài và tính mở ngoài của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty. Các kết quả về tính nửa liên tục trên và tính đóng của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty là mở rộng và cải thiện một số kết quả đã được đưa ra bởi Lalitha và Bhatia. Một ví dụ được đưa ra để chứng tỏ kết quả đạt được của chúng tôi. Các kết quả về tính liên tục ngoài và tính mở ngoài của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty trong bài báo này là mới. Chúng tôi cũng đưa ra một số ví dụ để chứng tỏ mối quan hệ giữa tính nửa liên tục trên, tính đóng, tính liên tục ngoài và tính mở ngoài.

Từ khoá: Bài toán bất đẳng thức tựa biến phân véctơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty, tính nửa liên tục trên, tính đóng, tính liên tục ngoài, tính mở ngoài

[1]*Khoa Cơ bản Học viên Công nghệ Bưu chính Viễn thông TPHCM*

[2]*Khoa Khoa học ứng dụng, trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM*

Liên hệ

Lê Xuân Đại, Khoa Khoa học ứng dụng, trường Đại học Bách Khoa, ĐHQG-HCM

Email: ytkadai@hcmut.edu.vn

Lịch sử

- Ngày nhận: 19-01-2018
- Ngày chấp nhận: 22-12-2018
- Ngày đăng: 31-12-2019

DOI : 10.32508/stdjet.v2i4.678

Check for updates

GIỚI THIỆU BÀI TOÁN

Bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty chứa rất nhiều bài toán như là các trường hợp đặc biệt, cụ thể là: bài toán điểm bất động, bài toán bù, bài toán tối ưu, bài toán mạng giao thông, bài toán bất đẳng thức biến phân, v.v.

Các tính chất nửa liên tục nghiệm là một chủ đề quan trọng trong lý thuyết tối ưu nói riêng và cho ngành toán học nói chung, đặc biệt là tính nửa liên tục trên. Trong những năm gần đây có rất nhiều nhà toán học trên thế giới cũng như trong nước nghiên cứu về vấn đề này cho bài toán tối ưu, xem tài liệu tham khảo [1–3], bài toán bất đẳng thức biến phân, xem tài liệu của tác giả B.T. Kien[4] và bài toán cân bằng, xem tài liệu tham khảo[5,6] và các tài liệu liên quan ở trong đó. Tuy nhiên, các tính nửa liên tục cho một số bài toán liên quan đến tối ưu vẫn đang được nhiều nhà khoa học quan tâm.

Xuất phát từ những công việc đã để cập ở trên, trong bài báo này, chúng tôi sẽ nghiên cứu một số tính chất nửa liên tục trên cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty trong không gian vectơ tôpô Hausdorff lồi địa phương. Lấy Xvà Λ là các không gian vectơ tôpô Hausdorff lồi địa phương.

Cho $L(X,R^n)$ là không gian của tất cả các toán tử tuyến tính liên tục từ X vào R^n và $K : X \times \Lambda \to 2^X$, $T : X \times \Lambda \to 2^{L(X,R^n)}$ là các ánh xạ đa trị, $f : X \times X \times \Lambda \to R^n$ là hàm vectơ thỏa mãn $f(y,y,\gamma) = 0$ với mọi $y \in X, \gamma \in \Lambda$. Ký hiệu$\langle z,x\rangle$ là giá trị của toán tử tuyến tính $z \in L(X,R^n)$ tại $x \in X$, ta luôn giả sử rằng $\langle .,.\rangle$ là liên tục. Với $\gamma \in \Lambda$, chúng ta xét bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty sau (kí hiệu MQVIP):

(MQVIP) Tìm $\bar{x} \in K(\bar{x},\gamma)$ sao cho

$$\langle z, y-\bar{x}\rangle + f(\bar{x},y,\gamma) \notin -\operatorname{int} R^n_+, \forall y \in K(\bar{x},\gamma), \quad \forall z \in T(y,\gamma)$$

Trong đó chúng ta ký hiệu số không âm và phần trong của số không âm của R^n bởi

$$R^n_+ = \left\{t = (t_1,t_2,...,t_n)^T \in R^n | t_i \geq 0, i = 1,2,...,n\right\}$$

và $\operatorname{int} R^n_+ = \left\{t=(t_1,t_2,...,t_n)^T \in R^n | t_i > 0, i=1,2,...,n\right\}$, ở đây T được ký hiệu là chuyển vị.

Với mỗi $\gamma \in \Lambda$ chúng ta đặt $E(\gamma) := \{x \in X | x \in K(x,\gamma)\}$ và $\Psi : \Lambda \to 2^X$ là ánh xạ đa trị, sao cho $\Psi(\gamma)$ là tập nghiệm của (MQVIP).

Trong suốt bài viết này chúng tôi luôn giả sử rằng $\Psi(\gamma) \neq \varnothing$ với mỗi γ trong lân cận $\gamma_0 \in \Lambda$.

Trích dẫn bài báo này: Thanh Kiều P, Xuân Đại L, Văn Hưng N. **Tính nửa liên tục trên của ánh xạ nghiệm cho bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty**. *Sci. Tech. Dev. J. - Eng. Tech.;* 2(4):246-250.

NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

Tiếp theo trong mục này, chúng ta gọi lại một số định nghĩa và tính chất của chúng đã được trình bày trong tài liệu tham khảo[7–10].

Bây giờ, ta nhắc lại hai giới hạn trong tài liệu tham khảo[9,10]. Lấy X và Y là hai không gian vectơ tôpô và $F : X \to 2^Y$ là một ánh xạ đa trị. Khi đó, giới hạn trên và giới hạn trên mở của F được định nghĩa như sau:

$$\limsup_{x\to x_0} G(x) := \{y\in Y | \exists x_v \to x_0, \exists y_v \in G(x_v) : y_v \to y, \forall v\}$$

$\limsup_{x\to x_0} oG(x) := \{y \in Y|$ tồn tại một lân cận mở U của y và một lưới $\{x_v\} \subseteq X, x_v \neq x_0$ hội tụ về x_0 sao cho $U \subseteq G(x_v), \forall v\}$

Định nghĩa 1.1 (Xem tài liệu tham khảo[7,9]) Giả sử X và Y là hai không gian tôpô Hausdorff, $F : X \to 2^Y$ là ánh xạ đa trị.

i) Ánh xạ đa trị F được gọi là *liên tục ngoài tại* x_0 nếu $\limsup_{x\to x_0} F(x) \subseteq F(x_0)$

ii) Ánh xạ đa trị F được gọi là *mở ngoài tại* x_0 nếu $\limsup_{x\to x_0} oF(x) \subseteq F(x_0)$

iii) Ánh xạ đa trị F được gọi là *nửa liên tục dưới* (gọi tắt là lsc) tại x_0 nếu với mọi tập mở $V \subseteq Y$ thỏa $F(x_0) \cap V \neq \varnothing$ tồn tại lân cận U của x_0 sao cho $x \in U, F(x) \cap V \neq \varnothing$.

iv) Ánh xạ đa trị F được gọi là *nửa liên tục trên* (gọi tắt là usc) tại x_0 nếu với mọi lân cận V của $F(x_0)$ tồn tại lân cận U của x_0 sao cho $F(U) \subseteq V$

v) Nếu (i) (tương ứng (ii)) thỏa với mọi $x_0 \in \mathrm{dom} F$ thì ta nói rằng F là lsc (tương ứng usc).

vi) F được gọi là liên tục nếu và chỉ nếu nó là lsc và là usc. Trong đó, dom F kí hiệu cho *miền hiệu quả* của F và được xác định như sau:

$$\mathrm{dom} F := \{x \in X | F(x) \neq \varnothing\}$$

vii)F được gọi là đóng tại x_0 nếu với mỗi lưới $\{(x_\alpha, z_\alpha)\} \subseteq \mathrm{graph} F := \{(x,z) | z \in F(x)\}$, $(x_\alpha, z_\alpha) \to (x_0, z_0)$, thì $z_0 \in F(x_0)$.

Bổ đề 1.1 *Cho X và Y là hai không gian vectơ tôpô Hausdorff, $F : X \to 2^Y$*

i) Nếu F là usc tại x_0 và $F(x_0)$ là đóng, thì F là đóng tại x_0

ii) Nếu F có giá trị compắc, thì F là usc tại x_0 khi và chỉ khi, với mỗi lưới $\{x_\alpha\} \subseteq X$ hội tụ về x_0 và với mỗi lưới $\{y_\alpha\} \subseteq F(x_\alpha)$ tồn tại $y \in F(x)$ và một lưới con $\{y_\beta\}$ của $\{y_\alpha\}$ sao cho $y_\beta \to y$.

KẾT QUẢ CHÍNH

Trong mục này, chúng tôi thiết lập tính nửa liên tục trên, tính đóng, tính liên tục ngoài và tính mở ngoài của ánh xạ nghiệm cho bài toán (MQVIP).

Định lý 1.2 *Giả sử cho bài toán (MQVIP) và các điều kiện sau đây thỏa mãn*

i) $E(.)$ là nửa liên tục trên với giá trị compắc tại γ_0

ii) $K(.,.)$ là nửa liên tục dưới trong $X \times \{\gamma_0\}$

iii)$T(.,.)$ là nửa liên tục dưới trong $X \times \{\gamma_0\}$.

Khi đó $\psi(.)$ là nửa liên tục trên tại γ_0. Ngoài ra, $\psi(\gamma_0)$ là tập compắc và $\psi(.)$ là đóng tại γ_0.

Chứng minh. Đầu tiên, chúng ta chứng minh rằng $\Psi(.)$ là nửa liên tục trên tại γ_0. Thật vậy, ta giả sử ngược lại rằng $\Psi(.)$ không là nửa liên tục trên tại γ_0, nghĩa là tồn tại một tập mở V của $\Psi(\gamma_0)$ sao cho với mọi lưới $\{\gamma_\alpha\}$ hội tụ về γ_0 tồn tại $x_\alpha \in \Psi(\gamma_\alpha), x_\alpha \notin V$ với mọi α. Vì tính nửa liên tục trên của *E(.)* tại γ_0 và tính compắc của $E(\gamma_0)$ ta có thể giả sử rằng $x_\alpha \to x_0 \in E(\gamma_0)$. Bây giờ chúng ta cần chứng tỏ rằng $x_0 \in \Psi(\gamma_0)$. Nếu $x_0 \notin \Psi(\gamma_0)$ thì tồn tại $y_0 \in K(x_0, \gamma_0)$ và $z_0 \in T(y_0, \gamma_0)$ sao cho

$$\langle z_0, y_0 - x_0\rangle + f(x_0, y_0, \gamma_0) \in -\mathrm{int} R^n_+ \quad (1)$$

Từ tính nửa liên tục dưới của *K (.,.)* tại (x_0, γ_0) và *T (.,.)* tại (y_0, γ_0) tồn tại $y_\alpha \in K(x_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho $y_\alpha \to y_0$ và $z_\alpha \in T(y_\alpha, \gamma_\alpha)$ sao cho $z_a \to z_0$. Vì $x_\alpha \in \psi(\gamma_\alpha)$, ta có

$$\langle z_\alpha, y_\alpha - x_\alpha\rangle + f(x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \notin -\mathrm{int} R^n_+$$

Vì $\langle .,. \rangle$ và *f (.,.)* là liên tục, nên ta có

$$\langle z_\alpha, y_\alpha - x_\alpha\rangle + f(x_\alpha, y_\alpha, \gamma_\alpha) \to \langle z_0, y_0 - x_0\rangle + f(x_0, y_0, \gamma_0)$$

và vì vậy

$$\langle z_0, y_0 - x_0\rangle + f(x_0, y_0, \gamma_0) \notin -\mathrm{int} R^n_+ \quad (2)$$

Điều này là mâu thuẫn giữa (1) và (2), nên ta có$x_0 \in \Psi(\gamma_0) \subseteq V$, điều này là trái với thực tế rằng $x_\alpha \notin V$ với mọi α. Do đó, $\Psi(.)$ là nửa liên tục trên tại γ_0

Bây giờ ta chứng minh $\Psi(\gamma_0)$ là compắc, ta sẽ chứng minh $\Psi(\gamma_0)$ là một tập đóng.

Thật vậy, ta giả sử rằng $\Psi(\gamma_0)$ là không đóng, khi đó tồn tại một lưới $\{x_a\} \subseteq \Psi(\gamma_0)$ sao cho $x_\alpha \to x_0$ nhưng$x_0 \notin \Psi(\gamma_0)$. Lý luận tương tự như trên, khi đó ta có $\Psi(\gamma_0)$ là một tập đóng. Ngoài ra, vì $\Psi(\gamma_0) \subset E(\gamma_0)$ với $E(\gamma_0)$ là compắc, nó suy ra rằng$\Psi(\gamma_0)$ là compắc. Khi đó, từ **Bổ đề 1.1** (i) ta có $\Psi(.)$ là đóng tại γ_0.

Nhận xét 1.1 Nếu $X = R^m, n = 1$ và $f(x,y,\gamma) = 0$ thì bài toán (MQVIP) thu về bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vô hướng loại Minty sau (viết tắt, (MVI)):

(MVI) Tìm $\bar{x} \in \mathrm{cl} K(\bar{x}, \gamma)$ sao cho

$$\langle \bar{z}, y - \bar{x}\rangle \geq 0, \quad \forall y \in K(\bar{x}, \gamma), z \in T(y, \gamma)$$

Bài toán đã được nghiên cứu trong tài liệu của Lalitha và cs.[8]. Khi đó, Định lí 1.2 của chúng tôi là cải thiện và mở rộng Định lí 3.1 trong tài liệu của Lalitha và cs.[8].

Ví dụ sau đây sẽ chứng tỏ rằng giả thiết compắc trong Định lí 3.1 của Lalitha và cs. [8] là không thỏa mãn, trong khi Định lí 1.2 của chúng tôi là thỏa mãn. Điều này chứng tỏ rằng Định lí 1.2 của chúng tôi là cải thiện Định lí 3.1 trong tài liệu của Lalitha và cs. [8] .

Ví dụ 1.1 Lấy

$$X=[0,3), n=1, \Lambda=[0,1], \gamma_0 = 0$$
$$K: X\times\Lambda \to 2^X, T: X\times\Lambda \to 2^{L(X,Y)}$$

và $f: X\times X\times\Lambda \to R^n$ được định nghĩa như sau: $K(x,\gamma)=\left[\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right], f(x,y,\gamma)=\{y-x\}, T(y,\gamma)=\{1\}$. Ta dễ thấy rằng tất cả các giả thiết trong Định lí 1.2 trong bài báo này đều thỏa mãn. Do đó, $\Psi(.)$là nửa liên tục trên và đóng tại 0 trong khi Định lí 3.1 trong [8] là không thỏa mãn do X không compắc. Thực tế thì chúng ta tính toán được $\Psi(\gamma)=\left\{\frac{1}{2}\right\}$ với mọi $\gamma\in[0,1]$

Định lý 1.3 *Giả sử cho bài toán (MQVIP) và các điều kiện sau đây thỏa mãn*

i) E(.) là liên tục ngoài tại γ_0;

ii) K (.,.) là nửa liên tục dưới trong $X\times\{\gamma_0\}$;

iii) T (.,.) là nửa liên tục dưới trong $X\times\{\gamma_0\}$.

Khi đó $\Psi(.)$ *là liên tục ngoài tại* γ_0

Chứng minh. Lấy $x_0\in\limsup_{\gamma\to\gamma_0}\Psi(\gamma)$. Khi đó, tồn tại lưới $\{\gamma_\alpha\}$ hội tụ về γ_0 và $\{x_\alpha\}$ hội tụ về x_0 với $x_\alpha\in\Psi(\gamma_\alpha)$. Từ tính liên tục ngoài của *E(.)* ta có $x\in E(\gamma_0)$. Bây giờ chúng ta chứng tỏ rằng $x_0\in\Psi(\gamma_0)$. Thật vậy, vì tính liên tục của *K (.,.)* trong $X\times\{\gamma_0\}$ khi đó với mọi $y_0\in K(x_0,\gamma_0)$ tồn tại $y_\alpha\in K(x_\alpha,\gamma_\alpha)$ sao cho $y_\alpha\to y_0$. Từ tính liên tục của *T (.,.)* trong $X\times\{\gamma_0\}$ nên với mọi $z_0\in T(y_0,\gamma_0)$ tồn tại $z_\alpha\in T(y_\alpha,\gamma_\alpha)$ sao cho $z_\alpha\to z_0$. Vì $x_\alpha\in\Psi(\gamma_\alpha)$ ta có

$$\langle z_\alpha, y_\alpha - x_\alpha\rangle + f(x_\alpha,y_\alpha,\gamma_\alpha)\notin -\operatorname{int}R^n_+$$

Vì $\langle .,.\rangle$ và *f(.,.)* là liên tục, nên ta có

$$\langle z_\alpha, y_\alpha - x_\alpha\rangle + f(x_\alpha,y_\alpha,\gamma_\alpha)\to\langle z_0,y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_0)$$

Vì vậy

$$\langle z_0,y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_0)\notin -\operatorname{int}R^n_+$$

Do đó, $x_0\in\Psi(\gamma_0)$. Nghĩa là, $\Psi(.)$ là liên tục ngoài tại γ_0

Định lý 1.4 *Giả sử cho bài toán (MQVIP) và các điều kiện sau đây thỏa mãn*

i) E (.) là mở ngoài tại γ_0

ii) với mọi $x_0\in E(\gamma_0)$, $T(y_0,.)$*là nửa liên tục dưới tại* γ_0

Khi đó $\Psi(.)$ *là mở ngoài tại* γ_0

Chứng minh. Lấy $x_0\in\limsup_{\gamma\to\gamma_0}\Psi(\gamma)$. Khi đó, tồn tại một lân cận V của x_0 và lưới $\{\gamma_\alpha\}\subseteq\Lambda, \gamma_\alpha\neq\gamma_0$ hội tụ về γ_0 sao cho $V\subseteq\Psi(\gamma_\alpha), \forall\alpha$. Vì $V\subseteq E(\gamma_\alpha)$ ta có $x_0\in\limsup_{\gamma\to\gamma_0} oE(\gamma)$. Nó suy ra từ (i) rằng $x_0\in E(\gamma_0)$. Bây giờ ta chứng tỏ rằng $x_0\in\Psi(\gamma_0)$. Thật vậy, từ tính nửa liên tục dưới của *T* $(y_0,.)$ tại γ_0 khi đó $z_0\in T(y_0,\gamma_0)$ tồn tại $z_\alpha\in T(y_\alpha,\gamma_\alpha)$ sao cho $z_\alpha\to z_0$. Vì $x_0\in\Psi(\gamma_\alpha)$, ta có

$$\langle z_\alpha, y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_\alpha)\notin -\operatorname{int}R^n_+$$

Vì $\langle .,.\rangle$ và $f(x_0,y_0,.)$ là liên tục, nên ta có

$$\langle z_\alpha,y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_\alpha)\to\langle z_0,y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_0)$$

Khi đó ta có

$$\langle z_0,y_0-x_0\rangle+f(x_0,y_0,\gamma_0)\notin -\operatorname{int}R^n_+$$

Do đó, $x_0\in\Psi(\gamma_0)$Vì vậy, $\Psi(.)$ là mở ngoài tại γ_0.

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng tất cả các giả thiết của Định lí 1.4 là thỏa mãn. Nhưng tính liên tục ngoài của Định lí 1.3 không thỏa mãn. Vì vậy Định lí 1.3 là không thể áp dụng được.

Ví dụ 1.2 Lấy $X=R, n=1, \Lambda=[0,1], \gamma_0=0$, $K: X\times\Lambda\to 2^X$, $T: X\times\Lambda\to 2^{L(X,X)}$ và $f: X\times X\times\Lambda\to R^n$được định nghĩa như sau: $T(y,\gamma)=\{0\}$, $K(x,\gamma)=(-1,\gamma)$ và

$$f(x,y,\gamma)=\left\{\begin{array}{ll} [\;\; 0, & \text{khi } \gamma=0 \\ \left[\frac{1}{2^{\gamma+1}},1\right], & \text{khi } \gamma\in(0,1]\end{array}\right.$$

Ta suy ra $E(\gamma)=(-1,\gamma)$, với mọi $\gamma\in[0,1]$. Dễ thấy rằng tất cả các điều kiện của Định lí 1.4 là thỏa mãn. Do đó $\Psi(.)$ là mở ngoài tại 0 (thực tế ta tính toán được $\Psi(0)=(-1,0)$ và $\Psi(\gamma)=(-1,\gamma)$với mọi $\gamma\in(0,1]$), nhưng *E (.)* là không liên tục ngoài tại 0. Vì vậy $\Psi(.)$ cũng không liên tục ngoài tại 0.

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng tất cả các giả thiết của Định lí 1.3 và Định lí 1.4 là thỏa mãn. Nhưng tính liên tục trên của Định lí 1.2 không thỏa mãn. Vì vậy Định lí 1.2 là không thể áp dụng được.

Ví dụ 1.3 Lấy $X=R, n=1, \Lambda=[0,1], \gamma_0=0$, $K: X\times\Lambda\to 2^X$, $T: X\times\Lambda\to 2^{L(X,Y)}$ và$f: X\times X\times\Lambda\to R^n$ được định nghĩa như sau: $T(y,\gamma)=\{0\}$, $K(x,\gamma)=\{(\xi,\gamma\xi):\xi\in R\}$ *và*

$$f(x,y,\gamma)=\left\{\begin{array}{ll} 0, & \text{khi } \gamma=0 \\ \left[\frac{1}{e^{\cos\gamma+1}},1\right], & \text{khi } \gamma\in(0,1]\end{array}\right.$$

Khi đó, ta có $E(\gamma)=\{(\xi,\gamma\xi):\xi\in R\}$ với mọi $\gamma\in[0,1]$. Do đó, E là mở ngoài và liên tục ngoài tại 0.

Ta dễ dàng thấy rằng tất cả các điều kiện của Định lí 1.4, Định lí 1.3 là thỏa mãn. Vì vậy $\Psi(.)$là mở ngoài và liên tục ngoài tại 0. Thực tế thì ta tính được $\Psi(\gamma)=\{(\xi,\gamma\xi):\xi\in R\}$ với mọi $\gamma\in[0,1]$. Tuy nhiên, *E(.)* là không nửa liên tục trên tại 0. Vì thế, $\Psi(.)$ cũng không nửa liên tục trên tại 0. Do đó, Định lí 1.2 là không thể áp dụng.

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng tất cả các giả thiết của Định lí 1.2, Định lí 1.3 và Định lí 1.4 là thỏa mãn.

Ví dụ 1.4 Lấy $X = R, n = 1, \Lambda = [0,1], \gamma_0 = 0,\quad K : X \times \Lambda \to 2^X,\quad T : X \times \Lambda \to 2^{L(X,Y)}$ và $f : X \times X \times \Lambda \to R^n$ được định nghĩa như sau: $T(y,\gamma) = \{0\},\quad K(x,\gamma) = [0,1]$ và

$$f(x,y,\gamma) = \begin{cases} 0, & \text{khi } \gamma = 0 \\ \left[\frac{1}{2}, 1\right], & \text{khi } \gamma \in (0,1] \end{cases}$$

Ta dễ dàng thấy rằng tất cả các điều kiện của Định lí 1.2, Định lí 1.3 và Định lí 1.4 là thỏa mãn. Vì vậy $\Psi(.)$ là liên tục trên, liên tục ngoài và mở ngoài tại 0.

KẾT LUẬN

Kết quả đạt được trong bài báo của chúng tôi là như sau:

• Mô hình bài toán của chúng tôi là mở rộng mô hình bài toán trong tài liệu của tác giả Lalitha CS, Bhatia G.[8]

• Định lí 1.2 của chúng tôi là cải thiện và mở rộng Định lí 3.1 trong tài liệu của tác giả Lalitha CS, Bhatia G.[8] (xem Nhận xét 1.1 và Ví dụ 1.1)

• Định lí 1.3 và Định lý 1.4 của chúng tôi là mới cho bài toán (MQVIP).

DANH MỤC TỪ VIẾT TẮT

MVI: Bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vô hướng hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty

MQVIP: Bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty

XUNG ĐỘT LỢI ÍCH

Nhóm tác giả xin cam đoan rằng không có bất kỳ xung đột lợi ích nào trong công bố bài báo.

ĐÓNG GÓP CỦA TÁC GIẢ

Phan Thanh Kiều tham gia vào việc xây dựng mô hình bài toán bất đẳng thức tựa biến phân vectơ hỗn hợp phụ thuộc tham số loại Minty, thiết lập điều kiện đủ cho tính nửa liên tục trên và tính đóng (Định lí 1.2).

Lê Xuân Đại tham gia vào việc thiết lập điều kiện đủ cho tính liên tục ngoài và tính mở ngoài (Định lý 1.3 và Định lý 1.4).

Nguyễn Văn Hưng tham gia vào việc soạn thảo bài báo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hung NV. On the stability of the solution mapping for parametric traffic network problems. Indagationes Mathematicae. 2018;29:885–894.
2. Rockafellar RT, Wets RJB. Variational Analysis. Springer; 1998.
3. Zhao J. The lower semicontinuity of optimal solution sets. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1997;207:240–254.
4. Kien BT. On the lower semicontinuity of optimal solution sets. Optimization. 2005;54:123–130.
5. Anh LQ, Hung NV. Gap functions and Hausdorf continuity of solution mappings to parametric strong vector quasiequilibrium problems. Journal of Industrial and Management Optimization. 2018;14:65–79.
6. Anh LQ, Hung NV. Stability of solution mappings for parametric bilevel vector equilibrium problems. Computational and Applied Mathematics. 2018;37:1537–1549.
7. Aubin JP, Ekeland I. Applied Nonlinear Analysis. New York: John Wiley and Sons; 1984.
8. Lalitha CS, Bhatia G. Stability of parametric quasivariational inequality of the Minty type. J Optim Theory Appl. 2011;148:281–300.
9. Luc DT. Theory of Vector Optimization. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. 1989;.
10. Khanh PQ, Luc DT. Stability of solutions in parametric variational relation problems. Set-Valued Anal. 2008;16:1015–1035.

Science & Technology Development Journal – Engineering and Technology, 2(4):246-250

Open Access Full Text Article

Research Article

On the upper semicontinuity of the solution mapping for parametric vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type

Phan Thanh Kieu[1], Le Xuan Dai[2,*], Nguyen Van Hung[1]

Use your smartphone to scan this QR code and download this article

ABSTRACT

In this paper, we first study a class of parametric generalized vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type in locally convex Hausdorff topological vector spaces, this problem contains many problems as special cases, such as optimization problems, traffic network problems, Nash equilibrium problems, fixed point problems, variational inequality problems and complementarity problems, economic equibrium problems. Then, we establishe the conditions sufficient for stability properties such as: the upper semicontinuity, closedness, outer-continuity, outer-openness of the solution mapping for parametric generalized vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type. The results of the upper semi-continuity and the closeness of the solution mapping for parametric generalized vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type are improve and extend some of the results given by Lalitha and Bhatia. An example is given to demonstrate our results.The results of the outer continuity and the outer-openness of the solution mapping for the parametric generalized vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type are new. We also give some examples to show the relationship between upper semi-continuity, closedness outer continuity and outer-openness.

Key words: Parametric vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type, upper semicontinuity, closedness, outer-continuity, outer-openness

[1]*Department of Scientific Fundamentals, Posts and Telecommunications Institute of Technology, HCM City, Vietnam*

[2]*Department of Applied Mathematics, Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Vietnam*

Correspondence

Le Xuan Dai, Department of Applied Mathematics, Ho Chi Minh City University of Technology, VNU-HCM, Vietnam

Email: ytkadai@hcmut.edu.vn

History

- Received: 19-01-2018
- Accepted: 22-12-2018
- Published: 31-12-2019

DOI : 10.32508/stdjet.v2i4.678

Check for updates

VNU-HCM Press

Cite this article : Kieu P T, Dai L X, Hung N V. **On the upper semicontinuity of the solution mapping for parametric vector mixed quasivariational inequality problem of the Minty type**. *Sci. Tech. Dev. J. – Engineering and Technology;* 2(4):246-250.